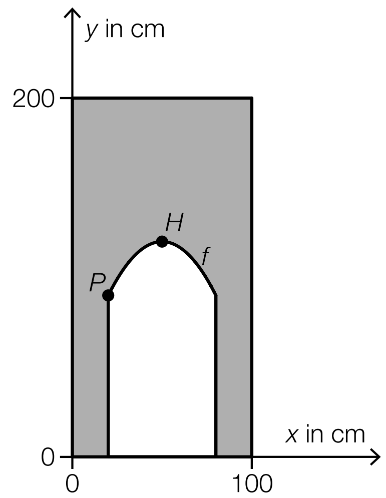
Kinderfreundliches Restaurant

Ein bestimmtes Restaurant hat bei seiner Einrichtung auf Kinderfreundlichkeit geachtet.

a) In der Tür zu den Toiletten des Restaurants gibt es eine zusätzliche Kindertür (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



Die obere Begrenzungslinie der Kindertür im Intervall [20; 80] kann näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit dem Hochpunkt $H = (50|120)$ beschrieben werden.

Es werden 2 verschiedene Punkte $A = (x_A|y_A)$ und $B = (x_B|y_B)$ auf dem Graphen betrachtet, die sich auf gleicher Höhe befinden.

1) Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an. *[1 aus 5]* *[0/1 P.]*

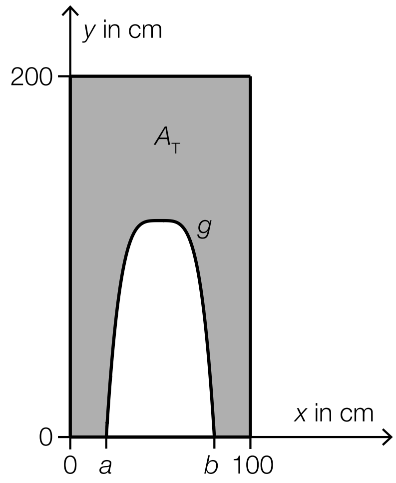
$x_B = -x_A$	☐
$x_B = 120 + x_A$	☐
$x_B = 200 - x_A$	☐
$x_B = x_A$	☐
$x_B = 100 - x_A$	☐

Der Graph der Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ verläuft auch durch den Punkt $P = (20|90)$.

2) Erstellen Sie mithilfe von P und H ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f. *[0/½/1 P.]*

b) Für den Zugang zur Spielecke des Restaurants wurde aus einer rechteckigen Platte ein Tor ausgeschnitten.

Die obere Begrenzungslinie des Tores kann näherungsweise durch den Graphen der Polynomfunktion g beschrieben werden (siehe nebenstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).

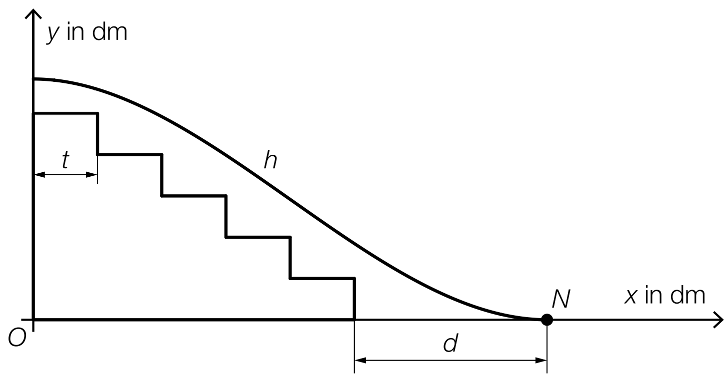


Der Inhalt der grau markierten Fläche wird mit A_T bezeichnet.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von A_T auf.
Verwenden Sie dabei a, b und die Funktion g.

A_T = ____ *[0/1 P.]*

c) Über einem Teil einer Treppe des Restaurants verläuft eine Rutsche (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von der Seite).



Das seitliche Profil der Rutsche wird näherungsweise durch den Graphen der Funktion h beschrieben.

$$h(x) = \frac{7}{4000} \cdot x^3 - \frac{21}{400} \cdot x^2 + 7$$

x ... horizontale Entfernung in dm
$h(x)$ ... Höhe über dem Boden an der Stelle x in dm

Der Punkt, in dem die Rutsche am steilsten ist, wird mit M bezeichnet.

1) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes M. *[0/1 P.]*

Die Rutsche erreicht den Boden im Punkt N mit einem Abstand d zur Treppe. Alle Stufen haben die gleiche Tiefe t = 25 cm. (Siehe obige Abbildung.)

2) Berechnen Sie d. *[0/1 P.]*

Möglicher Lösungsweg

a1)

$x_B = 100 - x_A$	☒

a2) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(20) = 90$
II: $f(50) = 120$
III: $f'(50) = 0$

oder:

I: $20^2 \cdot a + 20 \cdot b + c = 90$
II: $50^2 \cdot a + 50 \cdot b + c = 120$
III: $100 \cdot a + b = 0$

Im Hinblick auf die Punktevergabe ist es auch als richtig zu werten, wenn anstelle der Gleichung mithilfe der Ableitung die Symmetrieeigenschaft verwendet wird, also $f(80) = 90$.

a1) Ein Punkt für das richtige Ankreuzen.
a2) Ein halber Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichungen mithilfe der Koordinaten, ein halber Punkt für das richtige Aufstellen der Gleichung mithilfe der 1. Ableitung.

b1) $A_\mathrm{T} = 20\,000 - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$

b1) Ein Punkt für das richtige Aufstellen der Formel.

c1) $h''(x) = 0$ *oder* $\frac{21}{2000} \cdot x - \frac{21}{200} = 0$
$x = 10$
$h(10) = 3{,}5$
$M = (10|3{,}5)$

c2) $h(x) = 0$ *oder* $\frac{7}{4000} \cdot x^3 - \frac{21}{400} \cdot x^2 + 7 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$x_1 = 20 \quad (x_2 = -10)$
$d = x_1 - 2{,}5 \cdot 5 = 7{,}5$

Der Abstand d zur Treppe beträgt 7,5 dm.

c1) Ein Punkt für das richtige Berechnen der Koordinaten des Punktes M.
c2) Ein Punkt für das richtige Berechnen von d.